

离心压缩机叶轮旋转失速的相空间重构 及分形特征

王 乐, 张家忠, 周成武, 田 美

(西安交通大学 能源与动力工程学院, 西安 710049)

摘 要: 结合非线性动力学中的相空间重构和分形理论, 提出了一种分析离心压缩机叶轮旋转失速动力学特征的方法. 采用数值方法对低速离心压缩机(LSCC)叶轮旋转失速状态进行了模拟, 得到了失速工况下叶轮出口多个位置的气流压力时间序列. 对各压力时间序列进行相空间重构, 构造出一低维动力系统, 其时间延迟和嵌入维数通过运用 C-C 方法得出. 对重构的动力系统的相图进行了分形特征分析, 计算了相应的分形维数. 研究表明: 叶轮旋转失速后系统的压力信号具有混沌特性, 在相图上表现为具有分形结构, 揭示了旋转失速后系统的动力学特征. 计算分析分形维数后发现, 数据采集点位于相同半径处计算得到的分形维数相近, 约为 3.39; 数据采集点的半径增大时, 分形维数减小.

关 键 词: 离心压缩机; 叶轮; 旋转失速; 相空间重构; 分形

中图分类号: V231

文献标志码: A

Phase space reconstruction and fractal characteristic of rotating stall in impeller of centrifugal compressor

WANG Le, ZHANG Jia-zhong,

ZHOU Cheng-wu, TIAN Mei

(School of Energy and Power Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Based on phase space reconstruction and fractal theory in nonlinear dynamics, a method was proposed to analyze the dynamics characteristic of rotating stall in the impeller of centrifugal compressor. The rotating stall of impeller in low speed centrifugal compressor (LSCC) was numerically simulated, and the time series of pressure at rotating stall was obtained at various locations at impeller outlet. The technique of phase space reconstruction was applied to these pressure time series, and a low-dimensional dynamical system, which the dynamic properties were included in, was reconstructed. In order to determine the time delay and the embedding dimension in the reconstructed phase space, C-C method was introduced to deal with the pressure time series. The fractal characteristics of the reconstructed dynamic system phase diagrams were analyzed, and the corresponding fractal dimensions were given. The results show that the pressure signal of the impeller after rotating stall is in chaotic state, and some fractal structures are found in the reconstructed phase space. These fractal structures reveal the intrinsic dynamics of rotating stall flow. When the data collection points in the same radius, they have the similar fractal dimension, nearly 3.39. The fractal dimension decreases with the radius of collection points increasing.

收稿日期: 2013-07-04

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2012CB026002); 国家科技支撑计划(2013BAF01B02)

作者简介: 王乐(1985—), 男, 内蒙古包头人, 博士生, 主要从事叶轮机械流动稳定性、流动控制研究.

Key words: centrifugal compressor; impeller; rotating stall; phase space reconstruction; fractal

离心压缩机是众多工业部门中的关键设备,其工作的稳定性和能效受到本身所固有的旋转失速现象的影响和制约.对于旋转失速控制的研究一直都是提高压缩机性能研究的首要问题之一,而压缩机叶轮叶道内流动的研究是旋转失速控制研究的基础,只有掌握了叶轮内流动旋转失速的特征,才能准确地识别旋转失速现象,进而对其实施控制.目前主要以分析旋转失速时的压力频谱为提取特征的方法.楚武利等^[1]采用实验研究了离心压气机无叶扩压器旋转失速,由频谱分析得到失速频率,认为无叶扩压器失速频率随着流量减少而增加.戴冀、郭强等^[2-3]均对离心叶轮旋转失速进行了实验研究,通过频谱分析旋转失速的频率以及无叶扩压器和叶轮内流动流场变化来研究旋转失速特征.随着计算流体力学的发展,数值模拟方法研究离心压缩机的旋转失速现象避免了实验研究的投入大、周期长等因素,Stein、耿少娟等^[4-5]对 NASA 低速离心压缩机各工况进行了数值模拟,特别描述与分析了小流量工况下叶轮内部流场的变化特征.

由于压缩机旋转失速后流场具有的复杂性及非线性特性,如:非周期性、非连续性、突跳以及鞍-结分岔等行为或现象,使得非线性动力学理论,特别是混沌理论和分形理论发展成为研究和描述静态与动态失速后的复杂流场的一种新的方法^[6-7].对于离心压缩机旋转失速的研究,一般采集得到旋转失速后的数据是系统一组观测变量的输出,其表现的形式为时间序列,可以视为动力系统,但由状态变量的时间序列不能直接体现出系统中“隐藏”的系统运动规律.使用非线性动力学理论,通过状态相空间重构,便可以将“隐藏”在系统单一变量的时间序列中的系统特征体现出来.由于状态相空间重构中所表达系统动力学特征的吸引子具有不变性,所以使用非线性动力学理论分析旋转失速具有较为普适的意义,而找出旋转失速特征是研究旋转失速识别的基础.

通过状态相空间重构研究时间序列是由 Packard 等^[8]在 1980 年提出的.国内外学者用此研究方法在一些领域进行了探索^[9-10].在压缩机流动稳定性的研究方面,高坤华等^[11]运用混沌理论通过混沌吸引子预测方法对压气机失速后的数据进行预测,证明了基于混沌吸引子预测方法精

度高于传统局部线性化等方法. GU 等^[12]对于风机失速前后压力信号的关联维数进行了对比研究,认为关联维数可以作为判断风机失速的特征量之一.

本文对离心压缩机叶轮旋转失速前后的工况进行数值模拟,运用相空间重构的方法对旋转失速前后监控点所采集到的压力时间序列进行了研究,由旋转失速后压力时间序列重构的相图中发现了分形结构并计算了其分形维数,从而与旋转失速前的状态区分开来.由于分析所用的非线性动力学理论具有一定不变性,所以认为结果中分形可以作为离心压缩机旋转失速的动力学特征,对于工程应用上识别旋转失速具有指导作用,也为进一步研究旋转失速的预判提供了基础.最后,对于旋转失速后叶轮出口不同位置所采集到的压力时间序列进行了相空间重构并分别计算了其分形维数,结果表明叶轮出现旋转失速时,各部位均表现出分形动力学特征.

1 离心压缩机叶轮旋转失速的数值模拟

1.1 计算模型及数值方法

本文数值模拟采用 NASA 低速离心压缩机叶轮(简称离心叶轮)^[13],该叶轮具有 20 个出口角为 55°的后弯式叶片,叶轮进口直径为 870 mm,叶片高度为 218 mm;叶轮出口直径为 1524 mm,叶片高度为 141 mm,叶轮叶顶间隙恒为 2.54 mm.设计工况下叶轮转速为 1862 r/min,流量为 30 kg/s,压比为 1.141,效率为 92.2%;非设计工况选择流量为 23.6 kg/s,压比为 1.169,效率为 93.1%.

采用 Gambit 对模型进行非结构化网格划分,网格数约为 298 万.叶轮区域为旋转区域,进口段与扩压段为固定区域,固定区域与旋转区域之间采用 interface 的边界条件.计算运用 Fluent 软件,采用 SIMPLE (semi-implicit method for pressure-linked equations-consistent)方法求解三维可压缩雷诺平均 N-S 方程,工质为理想气体.选择标准 $k-\epsilon$ 两方程湍流模型,近壁面采用无滑移条件,进出口为给定压力边界条件.

图 1 对比了本文数值计算与文献^[13]试验的各个流量下总压比的值.

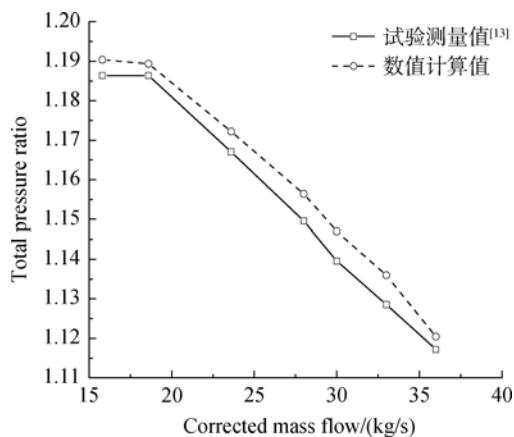


图 1 低速离心压缩机性能曲线

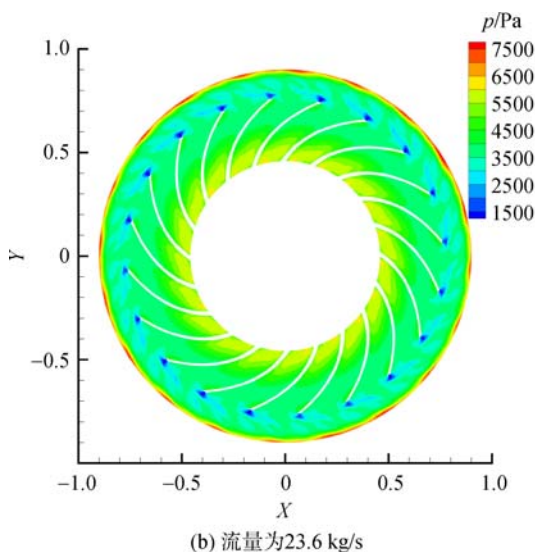
Fig. 1 Performance curve of low speed centrifugal compressor

图 1 显示定常计算时,当流量由设计工况 30.0 kg/s 减小到 15.6 kg/s 时,总压比上升到最大值,由低速离心压缩机(简称压缩机)性能曲线可知,继续减少流量会导致压缩机进入旋转失速工况.如图 1 可见数值结果与文献试验数据基本一致,总压比较高是因为试验数据为压缩机扩压器后的压力值,而计算值为压缩机叶轮出口处的压力值,考虑到流动损失的影响,可以认为数值计算结果基本可靠.

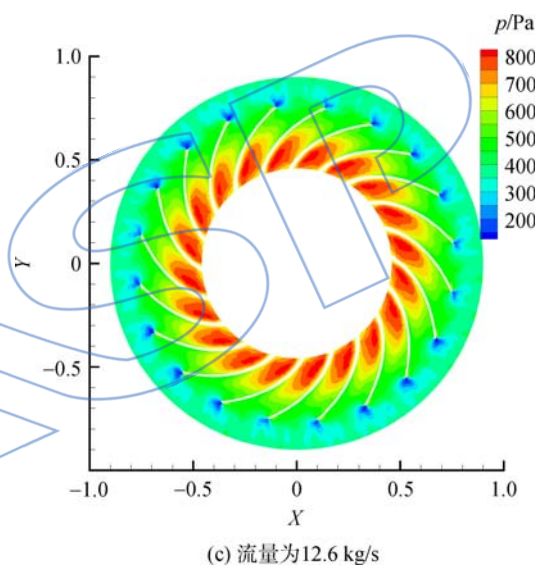
1.2 模拟结果分析

图 2(a)、图 2(b)、图 2(c) 表示流量依次为 30.0、23.6、12.6 kg/s 情况下 42.8% 叶高处的压力云图.

由图 2(a)、图 2(b)、图 2(c) 的对比可以得出:当流量为设计流量 30.0 kg/s 时,流道内流动正常,叶轮增压平稳;当压缩机流量从 30.0 kg/s 减小到 23.6 kg/s 时,叶轮出口压力增加,叶轮效率



(b) 流量为 23.6 kg/s



(c) 流量为 12.6 kg/s

图 2 不同流量下 42.8% 叶高处的压力云图

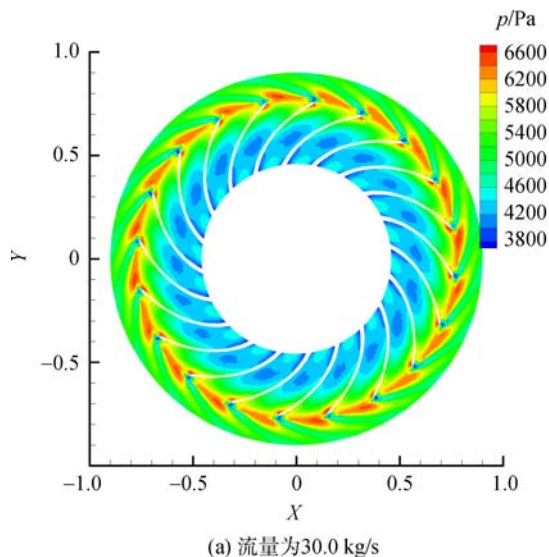
Fig. 2 Pressure contours at 42.8% blade height with different mass flows

较高;当流量继续减少到 12.6 kg/s 时,流道内靠近进口端出现局部高压区,阻止了流体的正常流动,产生气流脱离,流量在周向重新分配,使得流道中流动状况恶化导致叶轮出口压力下降,叶轮效率降低,表明此时叶轮已经处于旋转失速工况.

2 旋转失速前后压力时间序列相空间重构及分析

2.1 相空间重构

对时间序列进行相空间重构的最简单的方法是用导数进行重构,但在实际应用中,由于时间序列的信息均是不能预先知道的,而且导数运算是一种受误差影响较大的运算,在实际应用中时间序列会包含大量的噪声信号,这使得导数运算的



(a) 流量为 30.0 kg/s

误差影响进一步加大,相空间分析的可靠度降低,因此,Takens^[14]提出了时间延迟方法进行相空间重构,其实质是通过采用一维时间序列 $\{x(n)\}$ 相异的时间延迟 τ 来构造 m 维相空间

$$\mathbf{X}(i) = \{x(i), x(i+\tau), \dots, x(i+(m-1)\tau)\} \quad (1)$$

使得重构后的相空间与原动力系统的相空间拓扑等价,由时间序列重构的相图就可以反映出系统的动力学特征,当相空间重构的相图中轨线分布呈某些特殊的结构(如奇怪吸引子),则表明该系统具有混沌特性^[15].

时间延迟方法进行相空间重构需要确定两个关键的参数:嵌入维数 m 和时间延迟 τ . Takens定理认为无限长且无噪声的混沌时间序列,这两个参数可以任意取值,而工程应用中时间序列不可能无限长也不能完全避免噪声干扰,所以嵌入维数和时间延迟在实际中是不能随意确定的.

Grassberger 和 Procaccia^[16]基于时间延迟方法重构相空间,提出了关联积分的概念并且给出计算公式,可以适用于从实际的时间序列计算混沌吸引子的维数,该方法被称为 G-P 算法. 该算法不仅适用于已知的混沌时间序列,也适用于实际测量得到的时间序列. 本文所用求嵌入维数 m 和时间延迟 τ 的 C-C 方法便是以关联积分的计算为基础的一种工程上常用的方法.

2.2 C-C 方法

Kugiumtzis^[17]提出了时间窗口长度 τ_w 的概念,认为时间延迟 τ 的选择不能独立于嵌入维数 m 的选择,而是依赖于时间窗口长度 $\tau_w = (m-1)\tau$. Kim 等^[18]采用时间窗口长度 τ_w 提出了 C-C 方法.

设定时间序列的采样间隔 τ_s ,时间序列的最优时间延迟 $\tau_d = t\tau_s$,嵌入维数 m ,时间延迟窗口 $\tau_w = (m-1)\tau_d$. N 为时间序列长度,数据点数 $M = N - (m-1)\tau$, $\tau = t$,则重构相空间的嵌入时间序列的关联积分为

$$C(m, N, r, t) = \frac{2}{M(M-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq M} \theta(r - d_{ij}) \quad (2)$$

其中

$$d_{ij} = \|Y_i - Y_j\|_\infty, \quad \theta(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ 1 & z \geq 0 \end{cases}$$

式中 d_{ij} 为时间序列距离; Y_i, Y_j 为时间序列的位置.

定义检测统计量

$$S'(m, N, r, t) = C(m, N, r, t) - C^m(1, N, r, t) \quad (3)$$

式中上标 m 为嵌入维数.

在实际计算中,要先将时间序列分成长度为 $N_t = N/t$ 的不相交子序列,重构时间延迟为 t

$$\begin{aligned} &\{x_1, x_{t+1}, \dots, x_{N-t+1}\} \\ &\{x_2, x_{t+2}, \dots, x_{N-t+2}\} \\ &\vdots \\ &\{x_t, x_{2t}, \dots, x_N\} \end{aligned}$$

之后定义 $S'(m, N, r, t)$ 的每个子序列为

$$S(m, N, r, t) =$$

$$\frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \left[C_s \left(m, \frac{N}{t}, r, t \right) - C_s^m \left(1, \frac{N}{t}, r, t \right) \right] \quad (4)$$

当 $N \rightarrow \infty$ 时

$$S(m, r, t) = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t [C_s(m, r, t) - C_s^m(1, r, t)] \quad (5)$$

其中 $m=2, 3, \dots$

如果各个子序列属于独立同分布,当嵌入维数 m 和时间延迟 τ 都固定时, $N \rightarrow \infty$ 对于所有的 r , $S(m, r, t)$ 的值均为零,但是实际的时间序列往往与时间存在相关性,这时 $S(m, r, t)$ 一般不为0. $S(m, r, t) \sim t$ 反映出了时间序列的自相关性,最优时间延迟 τ_d 取 $S(m, r, t) \sim t$ 的第1个解,或者取其对所有半径差最小的时间点,这时重构的相空间点的分布近似为均匀分布,使得重构后的吸引子几何结构在相空间中完全地展开.

定义最大与最小半径的差为

$$\Delta S(m, t) =$$

$$\max \{S(m, r_j, t)\} - \min \{S(m, r_j, t)\} \quad (6)$$

式中度量了 $S(m, r, t) \sim t$ 对所有半径 r 的最大偏差,最优时间延迟 τ_d 应取 $\Delta S(m, t)$ 的第1个局部最小值对应的 t 值.

通过对几种重要的渐进分布进行数学统计后表明,选取 $2 \leq m \leq 5$, $\sigma/2 \leq r \leq 2\sigma$, $N \geq 500$ 时, $S(m, N, r, 1)$ 可以很好地体现时间序列的相关性,其中 σ 为时间序列的标准差或均方差.

由以上 N, m, r 的估计,取 $m=2, 3, 4, 5$, $r_i = i\sigma/2$, $i=1, 2, 3, 4$. 计算

$$\bar{S}(t) = \frac{1}{16} \sum_{m=2}^5 \sum_{j=1}^4 S(m, r_j, t) \quad (7)$$

$$\Delta \bar{S}(t) = \frac{1}{4} \sum_{m=2}^5 \Delta S(m, t) \quad (8)$$

$$S_{\text{cor}}(t) = \Delta \bar{S}(t) + |\bar{S}(t)| \quad (9)$$

时间序列的最优时间延迟 τ_d 选取 $\bar{S}(t)$ 的第

1 个解或 $\Delta \bar{S}(t)$ 的第 1 个极小值点; $S_{\text{cor}}(t)$ 的全局最小值为时间窗口长度 τ_w , 且 $\tau_w = (m-1)\tau$.

2.3 压力时间序列采集点的位置

如图 3 所示为旋转失速前后压力时间序列数据采集点位置示意图。

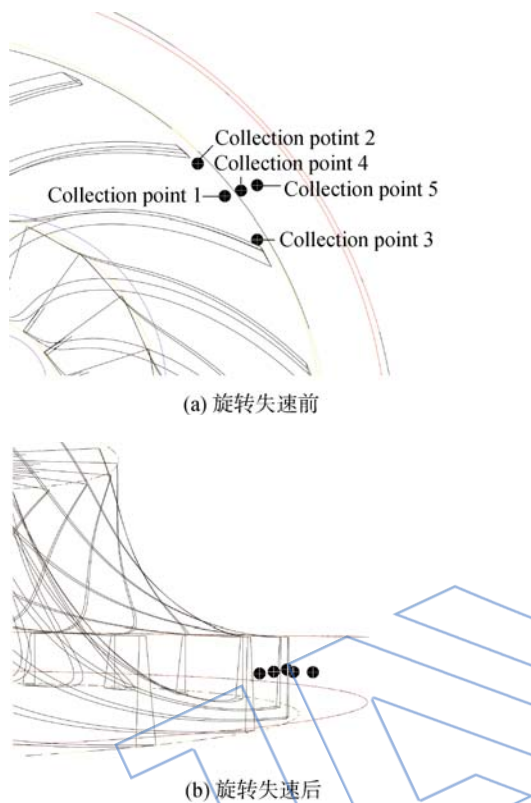


图 3 旋转失速前后压力时间序列采集点位置

Fig. 3 Collection point positions of pressure time series before and after rotating stall

首先对于采集点 1 处旋转失速前后的压力时间序列进行相空间重构对比分析;之后对采集点 1 与采集点 2、采集点 3、采集点 4、采集点 5 处所采集到的旋转失速后的压力时间序列进行相空间重构进行对比分析。

2.4 旋转失速前后相空间重构及分析

压力时间序列由设置于叶轮出口的监控点采集得到,每一个时间步算得一个压力值,进而构成压力时间序列.图 4 和图 5 分别为采集点 1 处离心叶轮稳定工况与旋转失速工况时的动压数据时间序列。

对比图 4 和图 5 可以看出,当压缩机正常运转时,叶轮出口动压值趋于稳定;而当压缩机进入旋转失速状态时,叶轮出口压力呈现波动态势,叶轮内流动的连续性遭到破坏。

由叶轮旋转失速时压力时间序列(图 5)中截

取计算稳定后的 3 000 个数据,对其运用 C-C 方法进行计算,即 $N=3\,000$, $m=2,3,4,5$, $r_i=i\sigma/2$,其中 $i=1,2,3,4$,计算所得到的关联系数和时间延迟关系如图 6 所示。

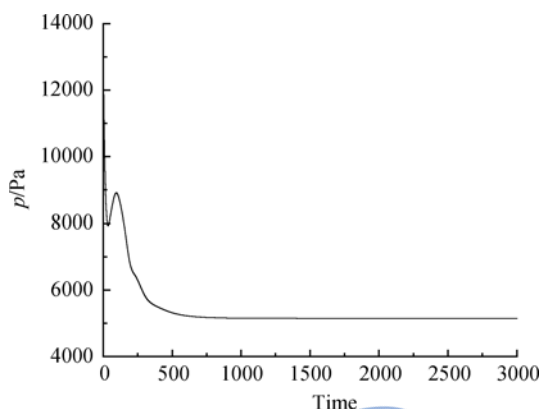


图 4 稳定工况下采集点 1 处压力时间序列

Fig. 4 Pressure time series at collection point 1 under stable state

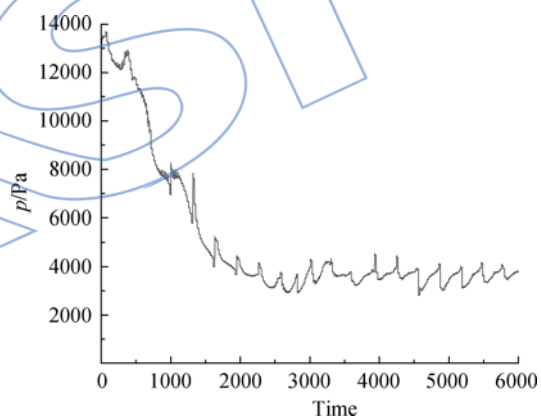


图 5 旋转失速工况下采集点 1 处压力时间序列

Fig. 5 Pressure time series at collection point 1 under rotating stall

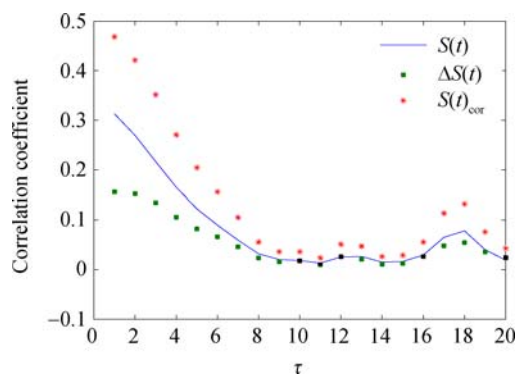


图 6 C-C 方法计算得到的关联系数与时间延迟的关系

Fig. 6 Relationship of correlation coefficient and time delay applying C-C method

最优时间延迟选取 $S(t)$ 的第 1 个解或 $\Delta S(t)$ 的第 1 个局部最小值对应的横坐标值,由图 6 中可以得出最优时间延迟 $\tau=9$. 时间窗口选取 $S(t)_{\text{cor}}$ 的全局最小值对应的横坐标值,由图 6 可得时间窗口 $\tau_w=11$,由 $\tau_w=(m-1)\tau$ 可得嵌入维数 $m=2.22$.

2.4.1 相空间重构图对比分析

求出旋转失速工况下时间序列相空间重构的最优时间延迟和嵌入维数后,对旋转失速前后工况下的压力时间序列均采用此最优延迟时间进行相空间重构.由于叶轮稳定工况下采集点处压力值不再变化,截取采集点 1 处压力时间序列(图 4)计算稳定后的 2000 个数据点进行相空间重构,图 7 为相空间重构图.图 8 为叶轮旋转失速工况下采集点 1 处压力时间序列(图 5)截取计算稳

定 3000 个数点的相空间重构图.

由图 7 与图 8 比较可以得出:在叶轮稳定工作时压力时间序列在相空间重构图中的轨迹近似于一条直线,而压缩机进入旋转失速状态后压力时间序列的相空间重构图轨迹则不再近似于一条直线,其具有的不规则性导致整体与局部均不能用传统的几何方式来表达,而是在结构上呈现出准自相似特性的几何图形,即图形分布并不是完全各向同性或均匀,不同方向的相似性不完全相同,但具有某种自相似,而具有自相似性的几何体(集合)称为分形^[19].

事实上,由于一个变量随时间的变化是由整个系统的运动规律来支配的,相空间中的吸引子具有的分形是混沌运动在相空间中的表现,混沌与分形只是同一系统分别在时间上与空间上的表现,它们所具有的自相似结构,表明它们并不是完全随机的,而是在一定程度上有序.

旋转失速状态的相空间重构图所具有的分形表明:旋转失速后的压力时间序列具有混沌特性,而不是毫无规律的.这种分形即旋转失速后系统的动力学特征之一.

2.4.2 分形的分形维数

分形维数是描述分形的重要特征量,其中关联维数是一种较其他维数,如容量维、相似维,对时间序列的意义更明确,描述分形更准确且容易计算的分形维数.

关联维数定义为

$$d_2(m, t) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(m, r, t)}{\ln r} \quad (10)$$

其中 $C(m, r, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} C(m, N, r, t)$, $C(m, N, r, t)$ 为式(2)中重构相空间嵌入时间序列的关联积分.

将采集点 1 处离心叶轮旋转失速工况下的时间序列用嵌入维数 $m=1 \sim 50$ 进行重构相空间,进而画出 $\ln C - \ln r$ 曲线,得到如图 9 所示的结果.

计算图 9 每一个 m 对应曲线的斜率,结果如图 10 所示.

由图 10 可见随着嵌入维数 m 的增加,曲线斜率趋于一定值或极限值,表明重构吸引子和真正吸引子近似程度达到全局最优,此值便是关联维数 d_2 ,即分形维数.由图 9 可以得出:采集点 1 处离心叶轮旋转失速后压力时间序列经过相空间重构后分形维数 $d_2=3.39$.

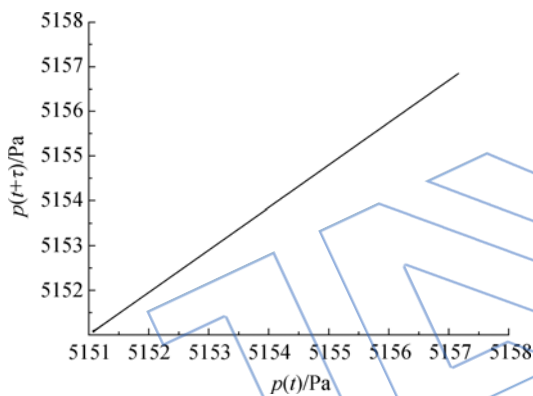


图 7 稳定工况下采集点 1 处的相空间重构

Fig. 7 Phase space reconstruction at collection point 1 under stable state

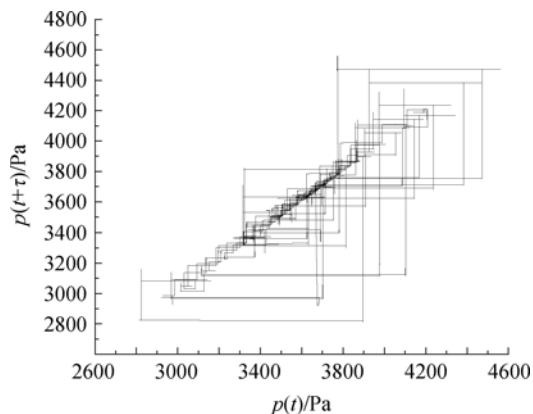


图 8 旋转失速工况下采集点 1 处的相空间重构

Fig. 8 Phase space reconstruction at collection point 1 under rotating stall

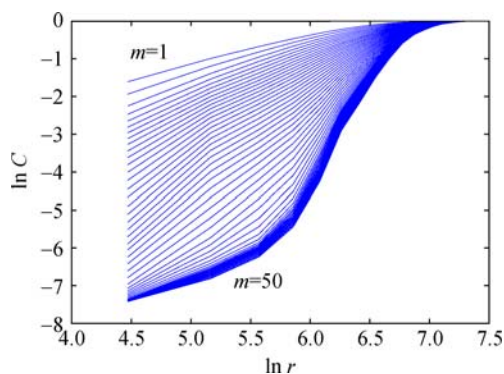


图 9 旋转失速工况下采集点 1 处 $\ln C-\ln r$ 曲线
Fig. 9 $\ln C-\ln r$ curves at collection point 1 under rotating stall

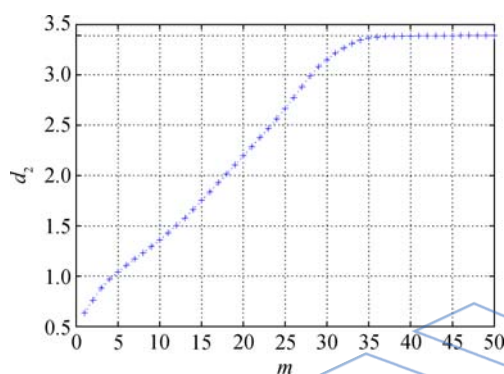


图 10 旋转失速工况下采集点 1 处分形结构的分形维数
Fig. 10 Fractal dimension of fractal structure at collection point 1 under rotating stall

3 旋转失速后不同位置压力时间序列的相空间重构及分析

3.1 不同位置压力时间序列相空间重构参数

对采集点 2~采集点 5 所采集到的压力时间序列进行分析,同样截取计算稳定后 5 个采集点处的 3000 个数据进行相空间重构分析.运用 C-C 方法计算可以得到 5 个不同位置的压力时间序列的相空间重构的参数:最优时间延迟 τ 、时间窗口 τ_w ,由 $\tau_w = (m-1)\tau$ 计算可得嵌入维数 m .具体数值见表 1.

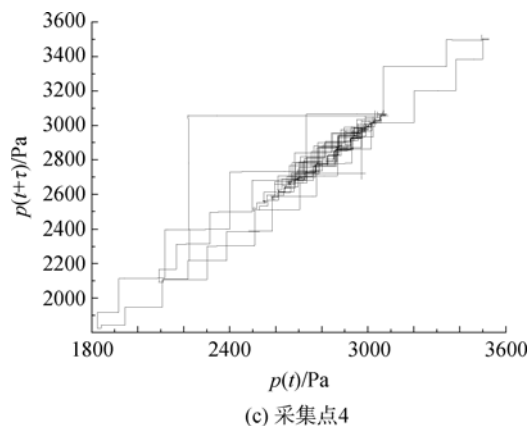
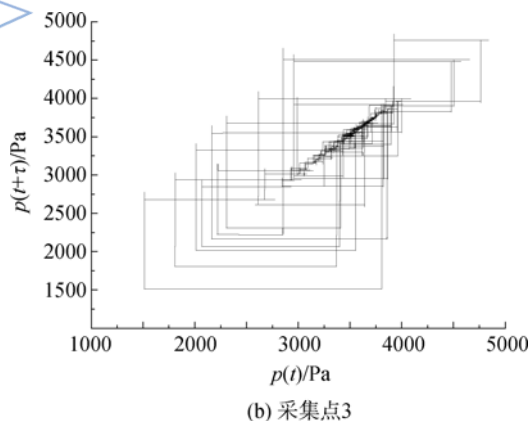
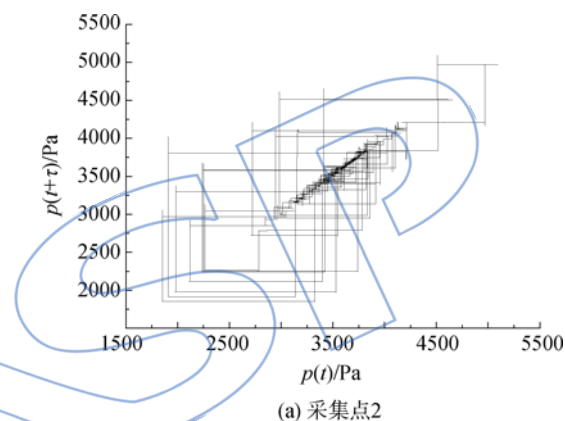
表 1 采集点 2~采集点 5 处时间序列相空间重构参数
Table 1 Parameters for phase space reconstruction at collection point 2—collection point 5

参数	采集点 2	采集点 3	采集点 4	采集点 5
τ	12	12	10	11
τ_w	15	12	10	14
m	2.25	2.00	2.00	2.27

3.2 不同位置压力时间序列相空间重构及分析

图 11(a)~图 11(d)为旋转失速工况下采集点 2~采集点 5 采集得到的压力时间序列进行相空间重构后的相图,其中横坐标 $p(t)$ 为原始压力时间序列,纵坐标 $p(t+\tau)$ 为延迟了 τ 个数据的压力时间序列.

由图 11 与图 8 可以分析得出,当数据的采集点位于叶轮出口以及扩压段内时,旋转失速后压力时间序列经过相空间重构在结构上均呈现出准自相似特性的几何图形,这说明运用相空间重构方法对旋转失速后的压力时间序列进行研究可以



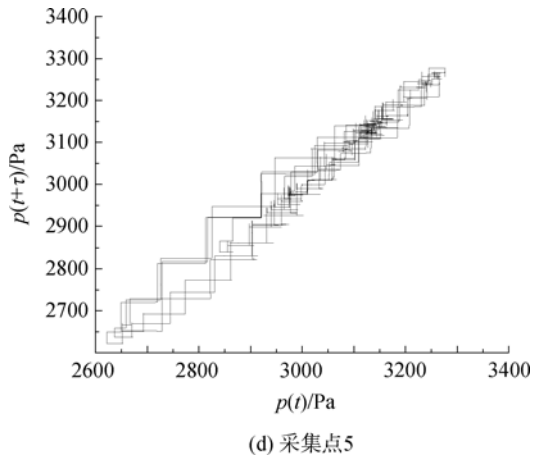


图 11 旋转失速工况下采集点 2~采集点 5 处的相空间重构

Fig. 11 Phase space reconstruction at collection points 2—collection point 5 under rotating stall

体现出其动力系统中“隐藏”着的动力学特性，且对于识别旋转失速的发生具有指导意义。

3.3 不同位置压力时间序列相空间重构分形维数分析

3.3.1 不同周向位置的相空间重构分形维数分析

图 12(a)和图 12(b)分别为旋转失速后采集点 2 和采集点 3 所采集到的时间序列进行相空间重构得到的关联维数 $\ln C - \ln r$ 曲线。

分别计算图 12(a)和图 12(b)的每一个嵌入维数 m 对应曲线的斜率，随着嵌入维数 m 的增加，斜率不再增加时，此斜率即相空间重构的分形维数 d_2 ，结果如图 13 所示。

由图 13 可得采集点 2、采集点 3 处压力时间序列相空间重构后相图的分形维数分别为 3.43，3.33。与图 10 所示的采集点 1 处压力时间序列相空间重构后相图中分形结构的维数 3.39 相比，叶轮流道出口处不同周向位置的压力时间序列相空间重构后相图中分形结构的维数相近。

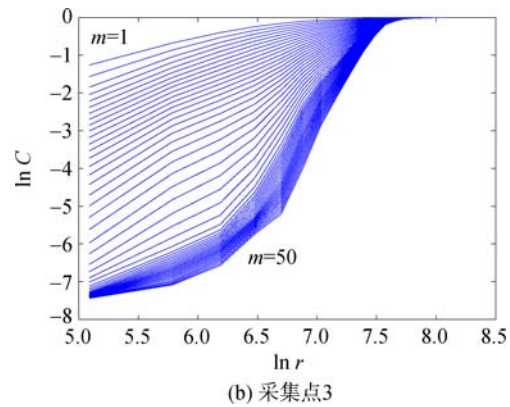
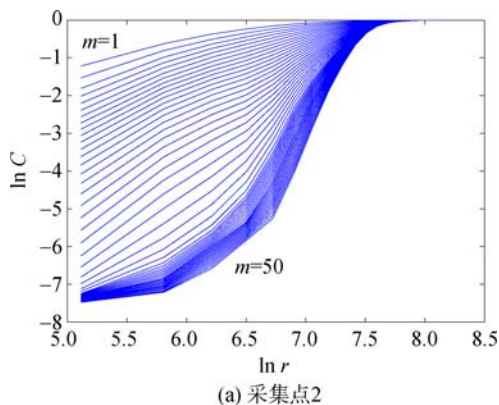


图 12 旋转失速工况下采集点 2、采集点 3 处 $\ln C - \ln r$ 曲线

Fig. 12 $\ln C - \ln r$ curves at collection points 2 and 3 under rotating stall

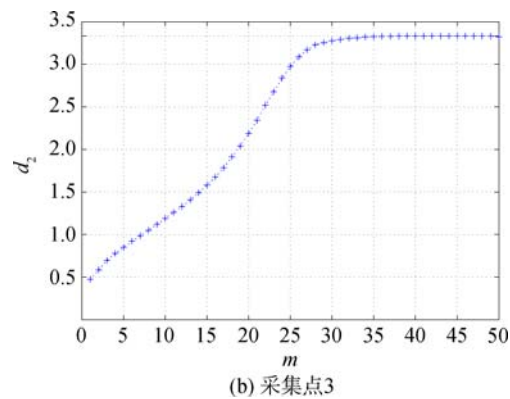
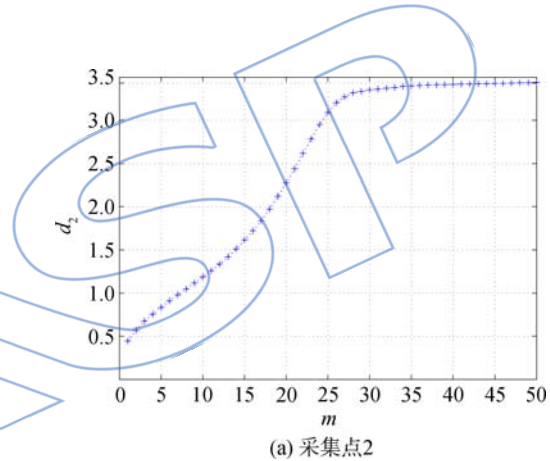


图 13 旋转失速工况下采集点 2、采集点 3 处分形结构的分形维数

Fig. 13 Fractal dimension of fractal structure at collection points 2 and 3 under rotating stall

3.3.2 不同径向位置的相空间重构分形维数分析

图 14(a)和图 14(b)分别为旋转失速后采集点 4 和采集点 5 所得到的关联维数 $\ln C - \ln r$ 曲线。

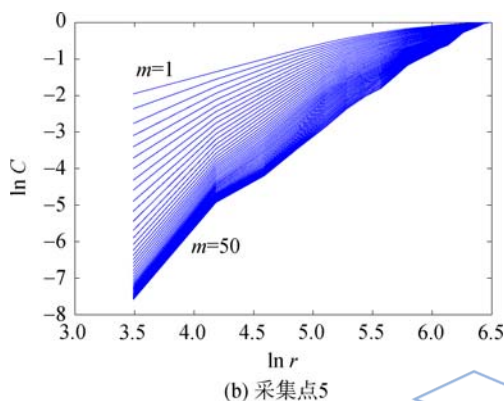
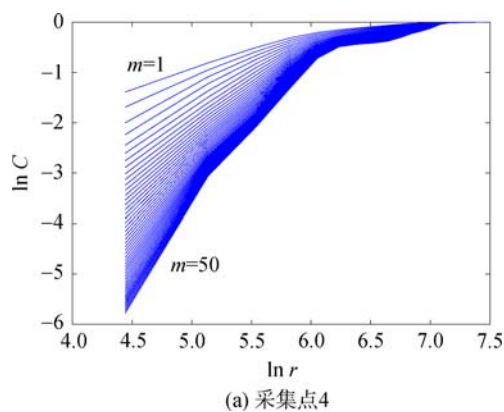


图 14 旋转失速工况下采集点 4、采集点 5 处 $\ln C - \ln r$ 曲线

Fig. 14 $\ln C - \ln r$ curves at collection points 4 and 5 under rotating stall

分别计算图 14(a) 和图 14(b) 的每一个嵌入维数 m 对应曲线的斜率可得图 15 所示的相空间重构后图形的分形维数 d_2 。

由图 15(a) 和图 15(b) 可得, 采集点 4、采集点 5 处压力时间序列相空间重构后相图的分形维数分别为 2.66 和 2.51。与图 10 所示的采集点 1 处压力时间序列相空间重构后相图中分形结构的维数 3.39 相比, 当采集点向扩压段移动时离心叶轮旋转失速后的压力时间序列相空间重构后相图中分形结构的维数减小。

对比周向与径向不同位置相空间重构后相图分形维数后可知, 由于相同叶轮半径处流动的状态相近, 压力脉动的程度相似, 故分形维数相差不大。当流动向扩压段流动时, 其流动状态发生了改变, 时间序列相空间重构后的分形维数因而也发生了改变。随着监控点向扩压段方向移动, 其时间序列相空间重构的分形维数减小, 定量地表明了叶轮出口压力波动的复杂程度要高于扩压段压力波动。此结论对今后继续研究离心压缩机出口处的压力时间序列具有参考价值。

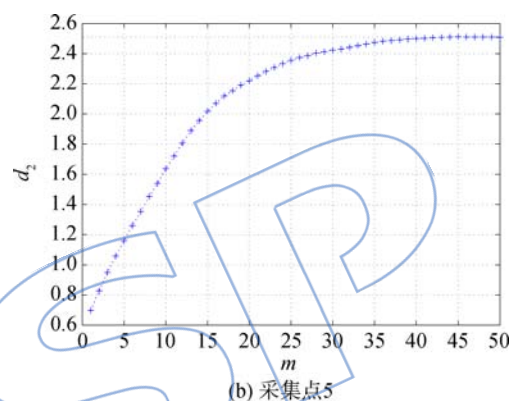
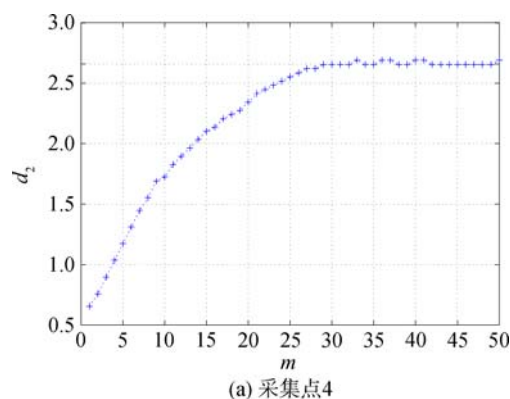


图 15 旋转失速工况下采集点 4、采集点 5 处分形结构的分形维数

Fig. 15 Fractal dimension of fractal structure at collection points 4 and 5 under rotating stall

4 结 论

1) 离心叶轮旋转失速后压力时间序列的相空间重构图与其稳定状态下压力时间序列的相空间重构图存在显著的差别: 前者的几何结构中存在准自相似结构—分形, 分形的存在表明了旋转失速后, 叶轮出口关键部位的压力时间序列并不是毫无规律的, 而分形作为旋转失速后系统的动力学特征, 有助于旋转失速的识别, 进而实现对其进一步的控制。

2) 分形的特征量是分形维数, 关联维数又是具有诸多优点的分形维数。本文在得到旋转失速后重构相空间存在分形的基础上计算得到分形的关联维数即分形维数, 表达了旋转失速后混沌系统特征, 使得分形描述旋转失速的动力学特征更加明确。

3) 当旋转失速压力时间序列采集数据位置在叶轮流道出口的中间采集点 1 时相空间重构的分形维数 $d_2 = 3.39$; 当采集数据位于相同半径处

的采集点2和采集点3时, d_2 分别为3.43,3.33;当采集数据位于扩压段中采集点4和采集点5时, d_2 分别为2.66和2.51。叶轮出口处的采集点3相空间重构分形维数基本一致,而远离叶轮出口时,相空间重构分形维数减小,定量地反映出叶轮出口不同位置压力时间序列的复杂程度。

参考文献:

- [1] 楚武利,姜桐.离心压气机无叶扩压器旋转失速实验研究[J].航空动力学报,1990,5(2):163-165.
CHU Wuli,JIANG Tong. An experimental investigation of rotating stall in a centrifugal compressor with vaneless diffuser[J]. Journal of Aerospace Power, 1990, 5(2): 163-165. (in Chinese)
- [2] 戴冀,陈静宜.低压离心叶轮小流量失速特性的实验观察[J].航空动力学报,1997,12(2):159-162.
DAI Ji, CHEN Jingyi. An experimental observation on stall oscillation at low flowrate in a centrifugal impeller[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(2): 159-162. (in Chinese)
- [3] 郭强,竺晓程,杜朝辉,等.低速离心压缩机旋转失速的试验研究[J].实验流体力学,2007,21(3):38-43.
GUO Qiang, ZHU Xiaocheng, DU Chaohui, et al. Rotating stall experimental study of a low-speed centrifugal compressor[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2007, 21(3): 38-43. (in Chinese)
- [4] Stein A, Niazi S, Sankar L N. Computational analysis of stall and separation control in centrifugal compressor[J]. Journal of Propulsion and Power, 2000, 16(1): 65-71.
- [5] 耿少娟,戴冀,张宏武,等.低速离心压气机的全工况数值模拟和校核[J].工程热物理学报,2005,26(增刊):81-84.
GENG Shaojuan, DAI Ji, ZHANG Hongwu, et al. The numerical simulation and verification of low-speed centrifugal compressor in whole flow-rate range[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2005, 26(suppl.): 81-84. (in Chinese)
- [6] 张家忠,李凯伦,陈丽莺.翼型失速的非线性动力学特性及其控制[J].航空学报,2011,32(12):2163-2173.
ZHANG Jiazhong, LI Kailun, CHEN Liying. Nonlinear dynamics of static stall of airfoil and its control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(12): 2163-2173. (in Chinese)
- [7] LIU Yan, LI Kailun, WANG Hang, et al. Numerical bifurcation analysis of static stall of airfoil and dynamic stall under unsteady perturbation[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 17(8): 3427-3434.
- [8] Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, et al. Geometry from a time series[J]. Physical Review Letters, 1980, 45(9): 712-716.
- [9] 刘洪,李必强.混沌时间序列的预测[J].系统辩证学学报,1996,4(1):57-60.
LIU Hong, LI Biqiang. Forecasting chaotic time series[J]. Journal of Systemic Dialectics, 1996, 4(1): 57-60. (in Chinese)
- [10] Farmer M E. Chaotic phenomena from motion in image sequences[R]. Orlando FL: the 2007 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), 2007.
- [11] 高坤华,李天亮.基于混沌吸引子的压气机失速分析[J].空军工程大学学报:自然科学版,2007,8(1):4-6.
GAO Kunhua, LI Tianliang. Compressor stall analysis based on chaotic attractor[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2007, 8(1): 4-6. (in Chinese)
- [12] GU Yongxia, ZHOU Zhongning, LI Yimin. Characteristic of fan stalling based on correlated dimensions[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 28(4): 362-366.
- [13] Hathaway M D, Chriss R M, Strazisar A J, et al. Laser anemometer measurements of the three-dimensional rotor flow field in the NASA low-speed centrifugal compressor[R]. NASA Paper 95-3527, 1995.
- [14] Takens F. Detecting strange attractors in turbulence[J]. Dynamical System and Turbulence, 1981, 898: 366-381.
- [15] 张家忠.非线性动力系统的运动稳定性、分岔理论及其应用[M].西安:西安交通大学出版社,2010.
- [16] Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1983, 9(1/2): 189-208.
- [17] Kugiumtzis D. State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series: the role of the time widow length[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1996, 95(1): 13-28.
- [18] Kim H S, Eykholt R, Salas J D, et al. Nonlinear dynamics, delay time and embedding windows[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1999, 127(1/2): 48-60.
- [19] 刘秉正,彭建华.非线性动力学[M].北京:高等教育出版社,2005.